

Problème 159 – Le dernier regard de John Keating

Niveau : Terminale (Spécialité Maths)

Chapitres : Géométrie dans l'espace, Produit scalaire

Inédit, publié le 30/09/2020



Certains films marquent des générations à vie – et notamment celle de l'auteur de ce problème. En 1989, le réalisateur Peter Weir marquait les esprits dans un film célébrant à la fois la poésie, le défi au conformisme et l'indépendance d'esprit : « Le cercle des poètes disparus ». Dans cette œuvre qui reste culte, le professeur John Keating, interprété par le regretté Robin Williams, enseignait à de jeunes lycéens le pouvoir des mots et leur capacité à changer le monde. La scène finale, inoubliable, montrant les élèves montant sur leur table pour remercier leur professeur, est l'objet de ce problème (à visionner sur le lien : <https://www.youtube.com/watch?v=kW5N3w0m6hU>).

La photo tirée du film montrant la situation est visible dans l'image en **Annexe 1**. Le professeur John Keating, debout au coin de la salle de la classe, regarde ces 10 élèves qui ont osé défier l'institution en se mettant debout sur leur table. L'élève le plus éloigné sur la photo, le timide Todd Anderson, est celui qui au final sonne la charge en étant le premier à monter. Parmi d'autres, deux héros du film, Knox Overstreet (tout à gauche debout) et Steven Meeks (au fond, en 2^{ème} position debout en partant de la droite), vont le suivre. On va ici tenter une modélisation pour calculer les angles du dernier regard : celui qui lie les yeux de John Keating à ses « disciples ».

La situation est modélisée dans l'**Annexe 2**. John Keating est au centre d'un repère orthonormé dans l'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, où l'unité est le mètre, O étant un point du sol (donc là où se trouve les pieds de John Keating). L'abscisse longe la longueur de la salle, l'ordonnée la largeur et la cote la hauteur. On imagine que les 20 tables de la classe sont ordonnées de manière régulière en 4 rangées parallèles à l'axe des abscisses de 5 tables. On suppose que tous les lycéens debout sont au centre de leur table de 1 mètre sur 1 mètre et que chaque table est à 0,75 mètres de hauteur. Les centres des tables consécutives sont séparés de 2 mètres. On admet que John Keating est

aligné, le long des ordonnées, avec les tables les plus à gauche de chaque rangée, et que le centre de la table la proche de lui est de coordonnées $(0 ; 1,5 ; 0,75)$. Les yeux de John Keating sont à 1,60 mètres de hauteur. Todd Anderson mesure 1,80 m.

1) Soit C la position des pieds de Todd Anderson sur sa table. Déterminer les coordonnées du point C.

2) Donner sans justification les coordonnées de la position A des yeux (qu'on admettra confondus en un point) de John Keating et celle en B du haut de la tête de Todd Anderson dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

3) a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

b) En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

4) On admet que l'angle du regard de John Keating vers Todd Anderson (qui est d'ailleurs la dernière image du film), dans un plan de coupe donné par les vecteurs \overrightarrow{OC} et \overrightarrow{OA} , est donné par l'angle \widehat{BAC} .

a) On considère la projection orthogonale P de Todd Anderson (c'est-à-dire de B ou C) au sol, et le vecteur unitaire $\vec{l} = \frac{\overrightarrow{OP}}{\|\overrightarrow{OP}\|}$. Dans le repère orthonormé (O, \vec{l}, \vec{k}) représenté en **Annexe 3**, positionner

les points A, B, C et P, puis dessiner l'angle \widehat{BAC} (on pourra au préalable calculer $\|\overrightarrow{OP}\|$).

b) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$ (arrondir au millième).

c) En déduire l'angle \widehat{BAC} (en degrés).

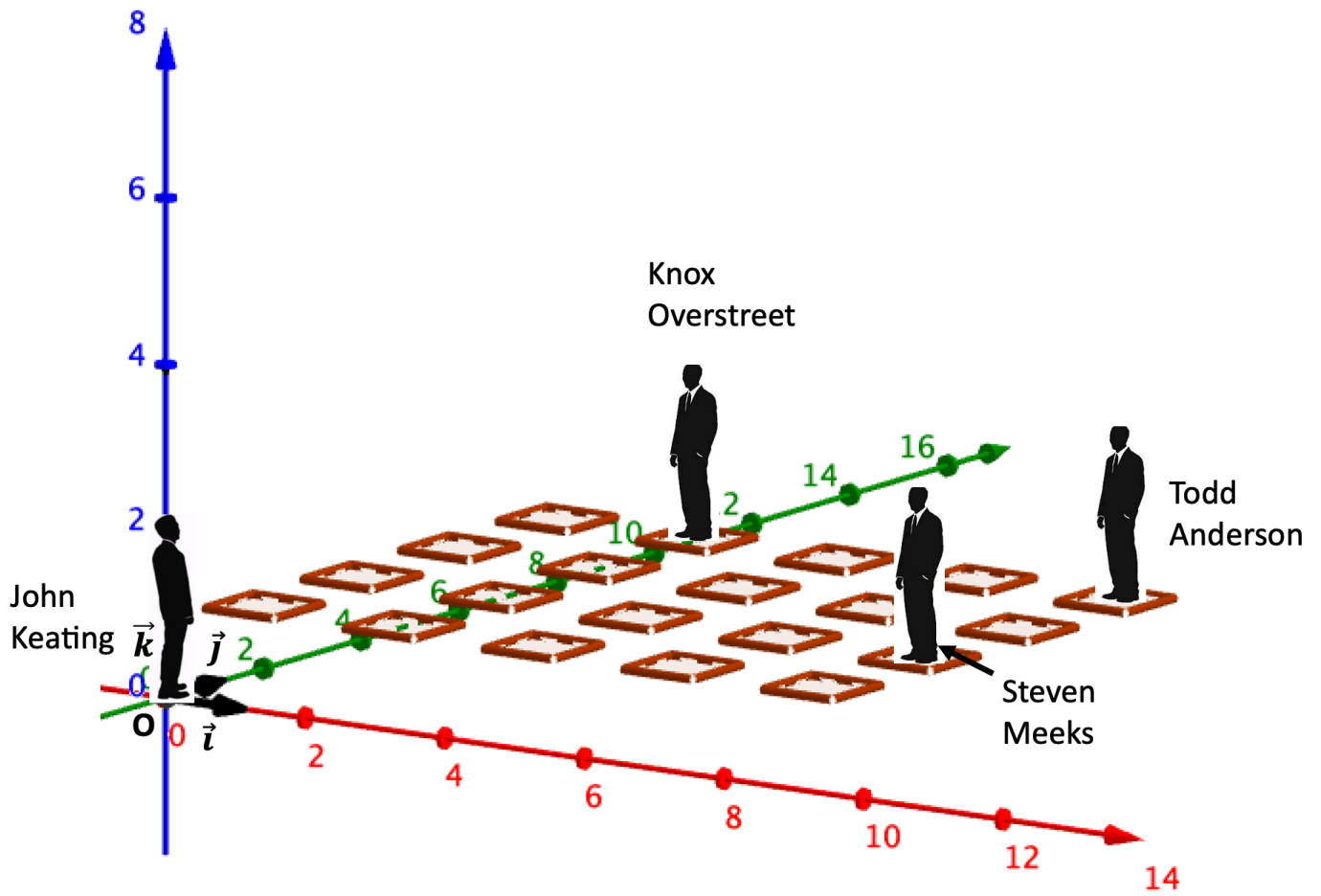
5) Les yeux de Knox Overstreet et Steven Meeks sont respectivement aux points de coordonnées D $(2 ; 7,5 ; 2,7)$ et E $(8 ; 3,5 ; 2,6)$. Calculer en degrés l'angle de vue d'ouverture de John Keating vers les yeux de ces deux élèves, représenté par l'angle \widehat{DAE} .

Indication : on pourra s'inspirer de la démarche des questions précédentes.

Annexe 1



Annexe 2



Annexe 3

